

## Rezonancia és csillapítás szimulációja

A repülőgép szimulátorok, a pilóta által használt kormány szervei a nemzetközileg elfogadott szabályozásoknak kell megfelelnie (*EASA Certification Specification – Flight Simulation Training Device - Aircraft, ICAO DOC 9625 – Manual Of Criteria For The Qualification Of Flight Simulation Training Devices*). A szabályozás két szempontból hasonlítja a kormány szerveket az eredetihez

- statikus paraméterek – Fokker plot, vagyis helyzet-erő görbe és statikus surlódás
- dinamikus paraméterek – saját frekvencia (rezonancia) és lecsengés (csillapítás)

Ahhoz, hogy a tervezett eszköz megfelelhessen a szabályoknak, lineáris tervezéssel (számolással) nem érhető el megfelelő eredmény. Ezért szimulációt kell használni a megfelelő csillapítási valamint rugóparaméterek iteratív beállításához valamint az prototípus hosszadalmas és drága gyártás előtti validálásához.

A szimuláció a rezgésanalízis differenciál egyenleteinek diszkrét időben való megoldása alapján végezhető el. A harmonikus rezgésnek nevezünk egy olyan szinuszos periodicitással végzett mozgást, mely két szélsőérték között megy végbe. *Csillapítatlan szabad rezgésnek* nevezzük azt a rezgést, amikor minden csillapítást elhanyagolunk és nincs külső erő, amely hatna a rendszerre.

Az alábbi közönséges differenciálegyenlet írja le a mozgását egy  $k$  rugóállandójú rugóra függesztett  $m$  tömegű testnek:

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

ha a rezgés kezdetekor a rugót "A" értékkel megnyújtjuk, majd elengedjük:

$$x(t) = A \cos(\omega_k t) = A \cos(2\pi f_k t) = A \sin \frac{2\pi}{T} t$$

ahol  $T$  a periódusidő, az  $f_k$  a rezgés saját (rezonancia) frekvenciája.

Ha ismerjük a rendszer tömegét és rugómerevségét, a fenti képlettel kiszámíthatjuk azt a frekvenciát, mellyel a rendszer rezegni fog, ha a nyugalmi helyzetéből egy kezdeti zavarás kitéríti, majd magára hagyjuk. Minden lengőrendszernek egy vagy több sajátfrekvenciája van, mellyel a szabad lengéseit (rezgéseit) végzi. Ennek az egyszerű összefüggésnek segítségével megmagyarázható, mi történik egy összetett rendszerrel, ha további tömeget vagy rugót adunk hozzá.

Ez a rezgésforma természetesen a valóságban nem található meg, mert mindig van valamilyen közeg, mely a mozgást végzi, erre hatnak a surlódási erők, melyek csillapítják a mozgást, idővel a rendszer elveszíti a felhalmozott energiáját és a rezgés megáll.

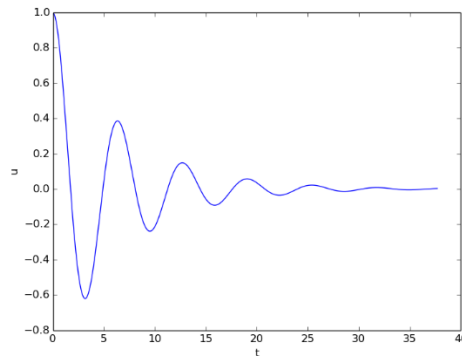
A *csillapított szabad rezgés* az előbbi modellbe beleszámolt surlódó vagy nem Newtoni (sebességfüggő, viszkózus) csillapítás. A "c" arányossági tényezőt csillapítási tényezőnek nevezzük, mértékegysége  $N s/m$ . A csillapított rezgés mozgásegyenlete:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

Az egyenlet megoldása a csillapítás mértékétől függ. Ha a csillapítás eléggé kicsi, a rendszer rezegni fog, de idővel megszűnik a rezgése. Ez az eset a gyakorlat szempontjából a legfontosabb. Ha a csillapítást addig növeljük, míg a rendszer éppen megszűnik rezegni, akkor elértük a kritikus csillapítást. A kritikus csillapításhoz tartozó csillapítási tényező értéke egytömegű lengőrendszer esetén:

$$c_k = 2\sqrt{km}$$

A rezgésforma (a rezonancia és csillapítás) szimulációja a fenti differenciál egyenletek diszkrét időben, egy számítógépes program általi megoldásából áll. Ehhez az negyed rendű Runge-Kutta módszert alkalmaztuk. A pythonban írt program diszkrét időpillanatokban táblázatban visszaadja (mintegy grafikusán ábrázolja) a rezgő rendszer pozícióját és a pozícióhoz tartozó sebességet. Az invariánsok (csillapítási állandó, statikus surlódás, rugóállandó, tömeg) futás előtti, a modellben történő módosításával egy megfelelően pontos iteratív módszert kaptunk a jelenség szimulálására.



*Runge -Kutta módszerrel futtatott numerikus analízis csillapított rezgésre*

A jogszabályokban meghatározott számítási módszert felhasználva (periódus idők kiszámolása, csillapítási tényező a.k.a lefutási görbe approximálása) a szimuláció eredményét feldolgozva, validálni tudtuk a prototípust megépítés előtt.

Budapest, 2019. 11. 12.

Vati István  
projekt vezető